

## BÍ KÍP 2: TƯƠNG TRƯỚC TUYỆT SAU

\* *Ưu điểm*: Có thể sử dụng được cho những hàm phức tạp (có dạng thương hoặc tích)

\* *Nhược điểm*: Rất dễ rơi vào tình trạng “tay nhạt lá, chân đá ông bơ” khi biến đổi → không chỉ định cho những đối tượng yếu tâm lý.

\* *Kiến thức cần biết*:

- Những kiến thức cần biết trong bí kíp 1.
- Kỹ năng tính đạo hàm pro
- Các tính chất cơ bản của hàm ln như đạo hàm, ln một tích, vân vân và vân vân...

\* *Thực hành*:

Đối với bí kíp này chúng ta có ba bước cơ bản: (giả sử ta có hàm  $F = f(x, y, z)$ )

**Bước 1: Logarit nêpe hai vế của hàm  $F$**  → bước này đến học sinh lớp 1 cũng làm được vì điều kiện cần và đủ là biết viết và có đủ khả năng hiểu tiếng việt → có mỗi viết thêm hai chữ ln vào hai vế.

**Bước 2: Vi phân toàn phần hai vế** → dễ không kém gì bước 1 → thêm mỗi chữ d vào hai vế là xong → có thể nói hai bước đầu chưa thể đánh giá được trình độ của chúng ta là lớp 1 hay sinh viên đại học 😊 → nên có làm được hai bước đầu thì đừng nghĩ mình nguy hiểm ^^.

**Bước 3: Biến đổi rút gọn** → bước này khá “ảo” → đến tôi nhiều khi bị stun làm cũng còn nhầm nên các bạn mà có nhầm thì cũng yên tâm là có đũa khác vẫn còn nhầm → 😊. Nhưng nhìn chung các bạn cố gắng thuộc công thức này nhé:

$$d[f(x, y, z)] = f'_x dx + f'_y dy + f'_z dz$$

Sau khi biến đổi các bạn sẽ thu được dạng cuối cùng như sau:

$$\frac{dF}{F} = A \cdot dx + B dy + C dz$$

Trong đó A, B, C là gì thì làm sao mà tôi biết được vì nó phụ thuộc vào từng hàm mà 😊. Có thể nói thành hay bại là do các bạn có thuộc được công thức này hay không. Nhưng nói thật thì công thức này và công thức sai số tuyệt đối trong bước 1 chẳng khác nhau là mấy. Nếu các bạn để ý thì chỉ có mỗi thay  $\Delta$  thành  $d$

và bỏ trị tuyệt đối đi là ta có công thức trên ngay. Tóm lại là học 1 mà lại nhớ 2 thế nó mới hài hước 😊.

**Bước 4: Giải quyết hậu quả** của các bước trên bằng cách vô cùng đơn giản đổi hết  $d$  thành  $\Delta$  và thay A, B, C bằng trị tuyệt đối của A, B, C (chỗ này các bạn phải rất chú ý vì nhiều khi trừ trừ cộng cộng hoa hết cả mắt lên nên không để ý, nếu A, B, C mà dương rồi thì thôi còn nếu mà nó đang âm thì đổi hộ một dấu là xong). Kết thúc bước này ta sẽ có sai số tương đối và từ sai số tương đối ta sẽ tính ra sai số tuyệt đối → đây là nội dung của bí kíp: tương trước tuyệt sau 😊.

Tuy nhiên, sinh viên chúng ta bản tính thích ăn sẵn, có bí kíp rồi mà rất ít tự luyện. Lại còn đòi có thầy chỉ dẫn cho từng bước mới yên tâm luyện cơ. Nhưng đến khi thành tài thì chém gió ầm ầm (cứ như một mình tự luyện được 😊). Do đó, tôi đành phải viết tiếp phần ví dụ cho các bạn vậy:

**VD1:** Thiết lập công thức tính sai số:  $V = \frac{1}{4}\pi D^3$  (bài thí nghiệm số 1)

*Bước 1: Logarit nêpe hai vế:*

$$\ln V = \ln\left(\frac{1}{4}\pi D^3\right)$$

*Bước 2: Vi phân toàn phần hai vế:*

$$d(\ln V) = d\left[\ln\left(\frac{1}{4}\pi D^3\right)\right]$$

*Bước 3: Biến đổi rút gọn* → nói thì dễ làm mới kinh.

$$\frac{dV}{V} = \frac{\frac{1}{4}D^3}{\frac{1}{4}\pi D^3} d\pi + \frac{\frac{3}{4}\pi D^2}{\frac{1}{4}\pi D^3} dD = \frac{d\pi}{\pi} + \frac{3dD}{D}$$

*Bước 4: Giải quyết hậu quả* bằng cách thay  $d \rightarrow \Delta$ , ở đây ta thấy không cần lấy giá trị tuyệt đối nữa vì các số nhân với  $d\pi$  và  $dD$  đều dương rồi (trừ khi nó âm thì lấy đảo dấu lại là xong). Tóm lại ta có

$$\delta = \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta\pi}{\pi} + \frac{3\Delta D}{D}$$

→ chuẩn như sách hướng dẫn.

- Sai số tuyệt đối là:

$$\Delta V = V \cdot \delta = \frac{D^3}{4} \Delta \pi + \frac{3}{4} \pi D^2 \Delta D$$

**VD2:** Thiết lập công thức tính sai số  $\rho = \frac{m}{V}$  (bài thí nghiệm số 1)  $\rightarrow$  còn dễ hơn cả ví dụ 1 😊

*Bước 1: Logarit nêpe hai vế:*

$$\ln \rho = \ln \frac{m}{V}$$

*Bước 2: Vi phân toàn phần hai vế:*

$$d\rho = d\left(\ln \frac{m}{V}\right)$$

*Bước 3: Biến đổi rút gọn  $\rightarrow$  nói thì dễ làm mới kinh.*

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{1}{\frac{m}{V}} dm + \frac{-\frac{m}{V^2}}{\frac{m}{V}} dV = \frac{dm}{m} - \frac{dV}{V}$$

*Bước 4: Thay  $d$  thành  $\Delta$  và ở đây chú ý đại lượng nhân với  $dV$  mang dấu âm nên nhớ đổi dấu một cái là xong.*

$$\delta = \frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta V}{V}$$

- Sai số tuyệt đối:

$$\Delta \rho = \delta \cdot \rho = \frac{\Delta m}{V} + \frac{m \Delta V}{V^2}$$

**VD3:** Thiết lập công thức tính sai số  $f_{ms} = mg \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2}$  (bài thí nghiệm số 2)

*Bước 1: Logarit nêpe hai vế:*

$$\ln f_{ms} = \ln \left( mg \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2} \right)$$

*Bước 2: Vi phân toàn phần hai vế:*

$$d(\ln f_{ms}) = d \left[ \ln \left( mg \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2} \right) \right]$$

Bước 3: Biến đổi rút gọn  $\rightarrow$  nói thì dễ làm mới kinh.

$$\frac{df_{ms}}{f_{ms}} = \frac{g \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2}}{mg \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2}} dm + \frac{m \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2}}{mg \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2}} dg + \frac{mg \frac{2h_2}{(h_1 + h_2)^2}}{mg \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2}} dh_1 + \frac{mg \frac{-2h_1}{(h_1 + h_2)^2}}{mg \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2}} dh_2$$

$$\frac{df_{ms}}{f_{ms}} = \frac{1}{m} dm + \frac{1}{g} dg + \frac{2h_2}{h_1^2 - h_2^2} dh_1 - \frac{2h_1}{h_1^2 - h_2^2} dh_2$$

Bước 4: Thay  $d$  thành  $\Delta$ . Vấn đề còn lại là nằm ở hai số nhân với với  $dh_1$  và  $dh_2$   $\rightarrow$  ta phải xem dấu má thể nào để còn đổi cho chuẩn. Từ bài thí nghiệm ta thấy  $h_1 > h_2$  nên chắc chắn ông tương nhân với  $dh_2$  kiểu gì cũng âm rồi  $\rightarrow$  đổi dấu luôn. Tóm lại ta có

$$\delta = \frac{\Delta f_{ms}}{f_{ms}} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta g}{g} + \frac{2h_2 \Delta h_1}{h_1^2 - h_2^2} + \frac{2h_1 \Delta h_2}{h_1^2 - h_2^2}$$

$\rightarrow$  chắc cũng không khác sách là mấy nhỉ?

- Sai số tuyệt đối:

$$\Delta f_{ms} = \delta \cdot f_{ms} = g \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2} \Delta m + m \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2} \Delta g + \frac{2mgh_2}{(h_1 + h_2)^2} \Delta h_2 + \frac{2mgh_1}{(h_1 + h_2)^2} \Delta h_1$$

Phần còn lại nhờ các bạn xử lý hộ nhé. Ai có lòng tốt thì soạn theo MS2011 rồi gửi cho tôi để tôi bổ sung nhé. Già rồi không đủ sức gõ nữa (T.T)

Các công thức cần thiết lập sai số còn lại:

1. Thiết lập công thức tính sai số:  $I = \frac{md^2}{4} \left[ gt^2 \cdot \frac{h_2}{h_1(h_1+h_2)} - 1 \right]$

2. Thiết lập công thức tính sai số:  $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$

$\rightarrow$  Hóa ra còn mỗi 2 công thức chưa làm  $\rightarrow$  thôi các bạn xử lý nốt nhé  $\rightarrow$  chúc các bạn thiết lập thành thạo công thức sai số sau khi biết hai bí kíp này. Chú ý là luyện tập thường xuyên kẻo quên mất đấy  $\rightarrow$  cố gắng bảo vệ xong rồi quên cũng được